

Hong Kong Mathematics Olympiad (1988 – 89)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (1988 – 89)

初賽項目 (個人)

- Given that $x + \frac{1}{x} = 3$, find $x^2 + \frac{1}{x^2}$.
已知 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 。
- If $x \# y = xy - 2x$, find the value of $2 \# 3$.
設 $x \# y = xy - 2x$ ，求 $2 \# 3$ 的值。
- Find the number of sides of a regular polygon if an interior angle exceeds an exterior angle by 150° .
若一正多邊形的某內角較其外角大的 150° ，求該正多邊形邊的數目。
- Find the value of b such that $10^{\log 9} = 8b + 5$.
已知 $10^{\log 9} = 8b + 5$ ，求 b 的值。
- A man cycles from P to Q with a uniform speed of 15 km/h and then back from Q to P with a uniform speed of 10 km/h. Find the average speed for the whole journey.
某人以時速的 15 km 乘單車由 P 至 Q ，然後以時速 10 km 由 Q 返回 P 。求該人來回全程的平均速度。
- $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x . For example, $[3] = 3$, $[5.7] = 5$.
If $[\sqrt[5]{1}] + [\sqrt[5]{2}] + \cdots + [\sqrt[5]{n}] = n + 14$, find n .
 $[x]$ 是小於或等於 x 的最大整數。例如， $[3] = 3$ ， $[5.7] = 5$ 。若 $[\sqrt[5]{1}] + [\sqrt[5]{2}] + \cdots + [\sqrt[5]{n}] = n + 14$ ，求 n 。
- A boy tries to find the area of a parallelogram by multiplying together the lengths of two adjacent sides. His answer is $\sqrt{2}$ times the correct area. If the acute angle of the parallelogram is x° , find x .
某小孩以平行四邊形的鄰邊的乘積作為該圖形的面積計算，他的答案是正確面積的 $\sqrt{2}$ 倍。若該平行四邊形的銳角是 x° ，求 x 。
- If the points $A(-8, 6)$, $B(-2, 1)$ and $C(4, c)$ are collinear, find c .
已知三點 $A(-8, 6)$ 、 $B(-2, 1)$ 及 $C(4, c)$ 共線，求 c 。
- The graphs of $x^2 + y = 8$ and $x + y = 8$ meet at two points. If the distance between these two points is \sqrt{d} , find d .
曲線 $x^2 + y = 8$ 與直線 $x + y = 8$ 相交於兩點。若該兩點的距離是 \sqrt{d} ，求 d 。

10. The sines of the three angles of a triangle are in the ratio $3:4:5$. If A is the smallest interior angle of the triangle and $\tan A = \frac{x}{16}$, find x .

在某三角形中，各內角正弦的比是 $3:4:5$ 。若 A 是這個三角形的最小內角，且 $\tan A = \frac{x}{16}$ ，求 x 。

11. Two dice are thrown. Find the probability that the sum of the two numbers shown is greater than 7.
兩骰同擲，求兩數的和大於 7 的概率。

12. F is a function defined by $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$. Find $F(F(3))$.

函數 F 定義為 $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$ 。求 $F(F(3))$ 。

13. If $\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax+by+cz$ and $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = 26$, find y .

設 $\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax+by+cz$ ，且 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = 26$ ，求 y 。

14. If $\frac{1}{B} = \frac{\sin 37^\circ \sin 45^\circ \cos 60^\circ \sin 60^\circ}{\cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 53^\circ}$, find B .

設 $\frac{1}{B} = \frac{\sin 37^\circ \sin 45^\circ \cos 60^\circ \sin 60^\circ}{\cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 53^\circ}$ ，求 B 。

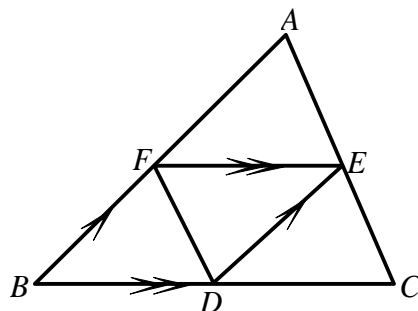
15. If $x+y=-4$, $y+z=5$ and $z+x=7$, find the value of xyz .

已知 $x+y=-4$ 、 $y+z=5$ 及 $z+x=7$ ，求 xyz 的值。

16. α, β are the roots of the equation $x^2-10x+c=0$. If $\alpha\beta=-11$ and $\alpha > \beta$, find the value of $\alpha-\beta$.

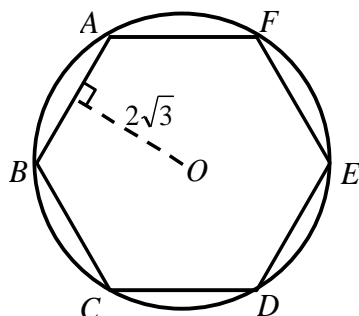
已知 α, β 為 $x^2-10x+c=0$ 的兩根，且 $\alpha\beta=-11$ 及 $\alpha > \beta$ ，求 $\alpha-\beta$ 的值。

17. In Figure 1, $FE \parallel BC$ and $ED \parallel AB$. If $AF:FB=3:2$, find the ratio area of $\triangle DEF$: area of $\triangle ABC$.
 如圖 1 所示， $FE \parallel BC$ 及 $ED \parallel AB$ 。若 $AF:FB=3:2$ ，求 $\triangle DEF$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積。



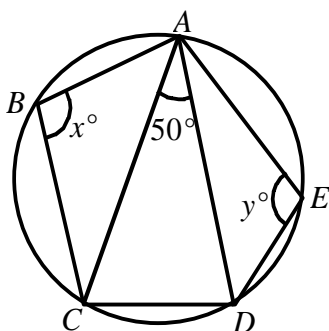
(Figure 1) (圖 1)

18. In Figure 2, a regular hexagon $ABCDEF$ is inscribed in a circle centred at O . If the distance of O from AB is $2\sqrt{3}$ and p is the perimeter of the hexagon, find p .
 如圖 2 所示， $ABCDEF$ 為一內接正六邊形， O 為其外接圓心。若 O 至 AB 的距離為 $2\sqrt{3}$ ，且 p 為該正六邊形的周界，求 p 。



(Figure 2) (圖 2)

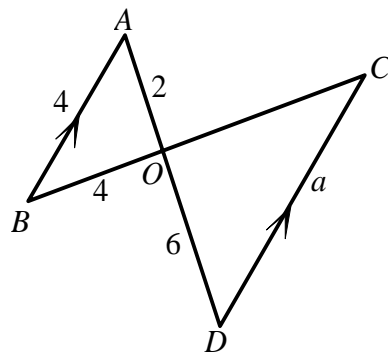
19. In Figure 3, $ABCD$ and $ACDE$ are cyclic quadrilaterals. Find the value of $x + y$.
 在圖 3 中， $ABCD$ 及 $ACDE$ 是圓內接四邊形，求 $x + y$ 的值。



(Figure 3) (圖 3)

20. Find the value of a in Figure 4.

如圖 4 所示，求 a 。



(Figure 4) (圖 4)